

equacions diferencials en qüestió venen donades per les lleis de Newton, a saber, que l'acceleració d'un cos és proporcional a la força a què està sotmès, i que aquesta força es pot calcular a partir de les posicions dels diversos astres mitjançant la fórmula que avui coneixem com a *lleï de la gravitació universal*.

Doncs bé, les equacions de Navier-Stokes no són més que les equacions diferencials que governen una altra forma de moviment, a saber, el moviment d'un fluid, com ara l'aire o l'aigua. De fet, aquestes equacions segueixen expressant la llei de Newton, *força* igual a *massa* per *acceleració*, encara que aquí no es considera pas un conjunt finit de partícules, sinó un material continu. Una altra diferència respecte a la mecànica celeste és que les equacions de Navier-Stokes tenen en compte les forces de fricció, les quals actuen en el sentit de frenar el moviment. En aquesta exposició ens restringirem al cas especial d'un fluid incompressible, és a dir, de densitat constant, que no seria tant el cas de l'aire sinó més aviat el de l'aigua.

Tal com hem dit, s'espera que les equacions de Navier-Stokes comparteixin amb les equacions de la mecànica celeste la propietat de determinar l'evolució futura a partir de l'estat present. Doncs bé, els problemes apareixen a l'hora de donar una demostració matemàtica rigorosa d'aquesta afirmació. En el cas de la mecànica celeste, i moltes altres equacions diferencials, sí que és possible donar tal demostració. En canvi, les equacions de Navier-Stokes s'hi resisteixen aferrissadament. Malgrat els notables esforços que s'han fet respecte d'això, fins ara no ha estat possible donar una demostració rigorosa del suposat determinisme d'aquelles equacions, ni de l'absència d'aquest.

## Premi Évariste Galois 2006

La navegació amb vela solar (*solar sailing*) consisteix a aprofitar l'impuls produït per la reflexió de la llum solar sobre una superfície altament reflectora, anomenada *vela solar*, per tal de propulsar un satèl·lit artificial. Pot semblar una idea de novel·la de ciència ficció (i ho va ser en un primer moment), però avui dia és tecnològicament factible, motiu pel qual les agències espacials subvencionen diversos estudis de missions amb aquesta tècnica de propul-

Les dificultats que sorgeixen en aquest problema matemàtic no estan desprovistes de significat físic. Ja a finals del segle XIX, els experimentadors més acurats havien fet notar que en certes situacions els moviments dels fluids exhibien una aparent manca de determinisme. A aquest fenomen experimental se li va donar el nom de *turbulència*, ja que el que s'observa no és gaire diferent del significat ordinari d'aquest terme. D'altra banda, també és cert que aquesta aparent manca de determinisme podria ser senzillament el resultat d'una precisió insuficient en l'especificació de l'estat inicial. De fet, avui dia sabem molt bé que les solucions exactes d'una equació diferencial poden ser perfectament deterministes però al mateix temps també poden dependre de manera molt sensible de l'estat inicial, de manera que a la pràctica s'observi un comportament aparentment no determinista. Vers 1960 els meteoròlegs es van adonar clarament d'aquesta possibilitat (gràcies a la potència de càlcul proporcionada pels ordinadors) i anys després va quedar batejada amb el nom d'«efecte papallona».

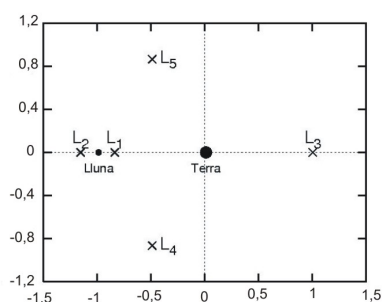
Doncs bé, en relació amb tot això és important notar que el problema del determinisme de les equacions de Navier-Stokes es refereix a quelcom més greu que un simple efecte papallona: pel que sabem fins ara, podria ser que les solucions matemàtiques exactes de les equacions de Navier-Stokes ja no estiguessin ben determinades! La distinció entre una i altra cosa segurament no és important des d'un punt de vista pràctic, però sí que ho és per a la ciència com a eina per entendre el món.

Aquest treball intenta acostar-se al nucli del problema des d'una perspectiva el menys tècnica possible.

sió. La vela solar presenta com a característica distintiva el fet que subministra un impuls petit però indefinit, sense necessitat de consumir cap tipus de combustible (químic o elèctric).

El treball de l'Ariadna Farrés, que li va valer el Premi Galois de la SCM 2006, té una primera part de descripció de resultats existents. Comença per revisar ràpidament la física necessària per tal d'introduir els paràmetres que permeten modelar la navegació amb vela solar,

que són l'efectivitat de la vela i la seva orientació. A continuació revisa models existents per navegació amb vela al voltant d'un planeta, juntament amb diverses estratègies de control (canvi de l'orientació de la vela durant el vol). La més intuïtiva és l'anomenada *control on-off*: orientant la vela perpendicularment a la llum solar mentre el satèl·lit s'allunya del sol i paral·lelament quan s'apropa, s'aconsegueix convertir una òrbita inicialment el·líptica en una espiral, que acaba escapant de l'atracció del planeta. Al treball s'han implementat efectivament aquesta estratègia de control juntament amb d'altres, i s'han calculat les corresponents trajectòries.



Punts de libració del RTBP

La novetat del treball radica en el desenvolupament i estudi d'un model per a la navegació amb vela al voltant dels punts de libració del sistema Terra-Lluna. Els *punts de libració*, descoberts per Euler i Lagrange, i també coneguts com a *punts lagrangians*, són els punts d'equilibri del problema restringit de tres cossos (RTBP), en el qual

- es descriu el moviment d'un cos de massa negligible (el satèl·lit artificial) sota l'atracció gravitatòria de dos cossos massius o *primaris* (Terra i Lluna),

- se suposa que els primaris descriuen cercles un al voltant de l'altre, i
- es pren un sistema de coordenades en el qual els primaris estan fixats.

Els punts de libració es denoten per  $L_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  (vegeu la figura). El més intuïtiu és el punt  $L_1$ , que hom pot imaginar com «el punt on les atraccions de la Terra i la Lluna es cancel·len». No és exactament així perquè, a més de les forces gravitatòries, cal considerar forces centrífugues, que són les responsables de l'existència dels altres punts de libració. Si afegim al RTBP l'efecte del Sol, suposant per a ell un moviment circular uniforme al voltant del baricentre Terra-Lluna, de període (aproximadament) un mes, obtenim el *problema bicircular* (BCP). Com que aquest model està governat per un sistema d'equacions diferencials periòdiques, els punts de libració passen a ser substituïts per òrbites periòdiques.

En aquest treball es desenvolupa el problema bicircular amb vela (BCPS), que afegeix al BCP l'impuls de la vela solar, de manera que passa a dependre dels paràmetres de la vela (efectivitat i orientació). Per a aquest nou model, s'estudia per a quins valors d'efectivitat i orientació es preserven les òrbites periòdiques substituïdes dels punts de libració, mitjançant tècniques de continuació numèrica, partint de les corresponents òrbites periòdiques del BCP. També s'estudia l'estabilitat d'aquestes òrbites.

Aquest treball constitueix un nou pas en la línia d'aplicació de la teoria de sistemes dinàmics al disseny de missions espacials a punts de libració, que va ser introduïda per Carles Simó els anys vuitanta, i en la qual treballen diversos investigadors dels grups de sistemes dinàmics de Barcelona.

Josep M. Mondelo  
UAB

## Premi Évariste Galois 2007

### CH<sup>n</sup>: l'espai, els convexos i l'infinit

Un dels problemes clàssics de la geometria ha estat estudiar la relació entre l'àrea d'una figura del pla i el perímetre de la corba que la tanca. Per exemple, fixada la longitud del perímetre quina és la figura amb àrea més gran que pot envoltar? Aquest és el clàssic problema isope-

rimètric i, al pla, té el cercle com a solució. Si en lloc de pensar al pla pensem a l'espai llavors ens podem preguntar per la relació entre el volum d'un cos i l'àrea que el tanca. Novament l'esfera dona solució a aquesta qüestió.

Un altre problema d'aquest tipus, també